OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 14.02.2015

Clasa a IX-a

1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $[2x-5]=\sqrt{2}\cdot[3x-7]$.

***

2. Dacă x, y, z sunt numere reale pozitive cu $x+y+z=2015$, demonstrați că
$$\sqrt{2015x+yz}+\sqrt{2015y+zx}+\sqrt{2015z+xy}\le 4030.$$

***

3. Demonstrați că în orice triunghi ABC , avem relația $\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}$, unde notăm centrul cercului circumscris cu O şi ortocentrul cu H .

***

4. Într-un triunghi *ABC*, fie *D*, *E* și respectiv *F* punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile *BC*, *CA*, *AB*. Arătați că dacă $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{DC}$, atunci triunghiul ABC este echilateral.

S.GM 3/2014

NOTĂ: Timp de lucru: 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.